



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе

ННГУ им. Н.И. Лобачевского

д.ф.-м.н. В.Б. Казанцев

« 20 » _____ 2017 г.

**ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ
Федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

на диссертацию Моряковой Алены Романовны «Анализ колебательных решений некоторых дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Предметом исследования диссертационной работы А.Р. Моряковой являются три нелинейных дифференциально — разностных уравнений с запаздывающим аргументом. Нелинейные дифференциальные уравнения с запаздыванием находят приложения при математическом моделировании ряда прикладных задач, например, технических и биологических систем. В работе исследуются установившиеся колебательные решения, бифурцирующие из различных состояний равновесия при изменении параметров уравнения. Регулярные и хаотические колебательные решения являются основой работы реальных физических устройств и механизмов, и могут оказывать как положительный, так и отрицательный эффект на изучаемые системы, поэтому их значение для приложений весьма велико. Таким образом, в диссертации рассмотрена весьма актуальная проблема, имеющая прикладное значение. Основными методами исследования являются метод интегральных(инвариантных) многообразий, метод нормальных форм дифференциальных уравнений, метод равномерной нормализации сингулярно возмущенных нелинейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, теория нелинейных операторных уравнений и теория бифуркаций.

Остановимся на содержании и основных научных результатах диссертации. Структурно диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Во введении автор определяет объект исследования, формулирует цель и основные задачи исследования, обосновывает актуальность своей работы. Сделан обзор литературы по теме диссертации. В обзоре

отражены основные работы по исследуемой проблеме. Дается краткое изложение структуры диссертации.

Первая глава посвящена исследованию колебательных решений одного нелинейного дифференциального уравнения второго порядка. Это уравнение используется при моделировании ряда электронных устройств с запаздывающей обратной связью, а также при изучении динамики некоторых механических систем. Изучаются колебательные решения, бифурцирующие из нулевого состояния равновесия при изменении параметров уравнения. Рассматривается сначала линеаризованное уравнение. Проведен анализ расположения корней характеристического уравнения в зависимости от входящих параметров и построена картина D-разбиений в пространстве параметров системы. Выделен критический случай, связанный с прохождением через мнимую ось двух пар чисто мнимых корней характеристического квазиполинома, находящихся в резонансном соотношении 1:3. С помощью метода интегральных многообразий и метода нормальных форм дифференциальных уравнений с запаздыванием изучены бифуркации автоколебательных решений в этом критическом случае.

Во второй и третьей главах рассматриваются известные уравнения Мэки - Гласса и Икеды. После записи в безразмерных переменных, эти уравнения становятся сингулярно возмущенными. С помощью метода равномерной нормализации проводится анализ периодических решений уравнений, бифурцирующих из состояний равновесия. В работе приведены строгие теоремы об условиях бифуркации периодических решений. Построены асимптотические формулы периодических решений, с помощью которых построены колебательные решения рассмотренных уравнений. Проведен сравнительный анализ периодических решений, полученных с помощью асимптотических формул и численным интегрированием. Показана возможность бифуркации мультистабильности и бифуркации хаотической мультистабильности в рассматриваемых уравнениях.

Все результаты, полученные в диссертации являются новыми и обоснованы с требуемой степенью научной полноты. Автор диссертации широко и эффективно использует такие методы качественного анализа дифференциальных уравнений как метод нормальных форм дифференциальных уравнений, метод интегральных многообразий, метод равномерной нормализации сингулярно- возмущенных нелинейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.

Диссертационная работа написана ясным языком, четко структурирована. В целом она представляет собой законченный научный труд. Основные результаты диссертационной работы А.Р. Моряковой достаточно полно опубликованы в пяти статьях и восьми работах в сборниках трудов и тезисов докладов международных конференций, в том числе в четырех статьях в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК РФ, а также представлены на десяти международных конференциях.

Таким образом, достоверность результатов проведенных исследований не вызывает сомнений, а выводы диссертационной работы являются в полной мере обоснованными и непротиворечивыми.

Диссертация А.Р. Моряковой не лишена недостатков, и мы считаем необходимым сформулировать следующие замечания.

1. В главе 1 исследуется поведение решений системы уравнений «медленных» переменных (23)-(25), играющей важную роль в исследовании динамики исходного уравнения с запаздывающим аргументом. В диссертации приведен только один вариант сценария бифуркаций удвоения периода периодического решения, приводящего к возникновению хаотического аттрактора. В системе уравнений (23)-(25) возможны, видимо, и другие механизмы возникновения сложных колебаний, также представляющие большой интерес для приложений. Следовало бы это сделать для большей полноты исследования рассматриваемого критического случая.

2. В главе 2 (п.2.6) численный анализ нормальной формы проводится при фиксированном значении параметра ρ_i в зависимости от параметра ζ . При этом нигде не указывается, какое количество уравнений берется для построения соответствующих решений, так как сама нормальная форма бесконечномерная. Не изучена также зависимость характера автоколебательных решений от параметра ρ_i , что представляет значительный интерес в плане понимания условий возникновения автоколебательных решений в исследуемом уравнении. Такой анализ содержательно дополнил бы диссертацию. Аналогичная ситуация наблюдается и в главе 3 при изучении уравнения Икеды.

Несомненно, вышеуказанные замечания не влияют на положительную оценку выполненной работы и представляют собой скорее пожелания для проведения последующих научных исследований.

Материал диссертации представляет интерес для специалистов в области качественного исследования дифференциальных уравнений с запаздыванием. Полученные в работе результаты могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова, Российском университете дружбы народов, Нижегородском государственном университете им. Н.И.Лобачевского, Институте радиотехники и электроники Российской академии наук, Ярославском государственном университете им. П.Г. Демидова.

Оценивая диссертационную работу в целом, отметим, что она хорошо оформлена, прекрасно проиллюстрирована, автореферат адекватно отражает содержание диссертации. Результаты диссертации опубликованы в ведущих российских (Моделирование и анализ информационных систем) и зарубежных (Nonlinear phenomena in complex systems) специализированных научных журналах и доложены на тематических российских и международных науч-

ных конференциях. Общее количество публикаций по теме диссертации в рецензируемых журналах, входящих в Перечень ВАК РФ – 4. Работа А.Р. Моряковой на основании выполненных автором исследований соответствует требованиям, предъявляемым п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление». Считаем, что А.Р. Морякова заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по данной специальности.

Отзыв составлен доктором физико-математических наук профессором Д.В. Баландиным и обсужден на кафедре дифференциальных уравнений, математического и численного анализа.

И.о. зав. кафедрой,
д.ф.-м.н. профессор



Л.М. Лерман

Отзыв заслушан и одобрен на заседании кафедры
«14» ноября 2017 г., протокол № 4

Сведения о ведущей организации:

Полное наименование: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского" (ННГУ)

Сокращённое наименование: Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Адрес: 603950, г. Нижний Новгород, пр.Гагарина, 23

Факс: (831) 462-30-85

Адрес в сети интернет: <http://www.unn.ru>

Адрес электронной почты: unn@unn.ru